ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
& Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄) 2013

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ
Α2. γ
Α3. δ
Α4. γ
Α5.
Σ
Λ
Σ
Λ
Σ

ΘΕΜΑ Β

Β.1.α. Σωστό είναι το **(ii)**.

Β.1.β. Τη στιγμή t_0 η συνολική ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι ίση με την αρχική ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή:

$$E_0 = \frac{1}{2} C V_0^2 = 4 \cdot 10^{-3} J \qquad (1)$$

Ενώ τη στιγμή t_1 είναι ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου:

$$E_1 = U_B = \frac{1}{2} L I_1^2 = 2 \cdot 10^{-3} J \quad (2)$$

$\Delta E = E_1 - E_0 = -2 \cdot 10^{-3} J$

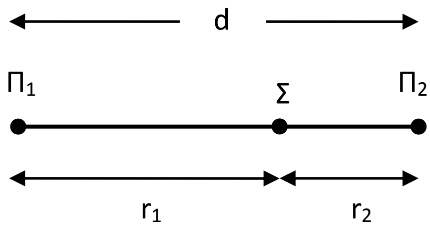
Άρα η συνολική ενέργεια της ταλάντωσης μειώθηκε κατά $2 \cdot 10^{-3} J$

Β.2.α. Σωστό είναι το **(iii)**.

Ισχύει $\boldsymbol{\upsilon = \lambda_1 f_1}$ (a) και $f_2 = 3f_1$. Αφού δεν αλλάζει το μέσο διάδοσης $\upsilon = \lambda_2 f_2 \rightarrow$

$\rightarrow$ $\boldsymbol{\upsilon = \lambda_2 \cdot 3f_1}$ (b). Από (a) και (b): $3\lambda_2 f_1 = \lambda_1 f_1 \rightarrow \lambda_1 = 3\lambda_2$ άρα $\boldsymbol{d = 2\lambda_1}$ **ή** $\boldsymbol{d = 6\lambda_2}$

Έστω ένα σημείο Σ του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ που ενώνει τις δύο πηγές Π_1 και Π_2 το οποίο απέχει από αυτές αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα και το σημείο αυτό ανήκει σε υπερβολή απόσβεσης.



Τότε θα έχουμε:

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} \quad (1)$$
$$r_1 + r_2 = d = 6\lambda_2 \quad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow 2r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} + 6\lambda_2 \Rightarrow r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} + 3\lambda_2 \quad (3)$$

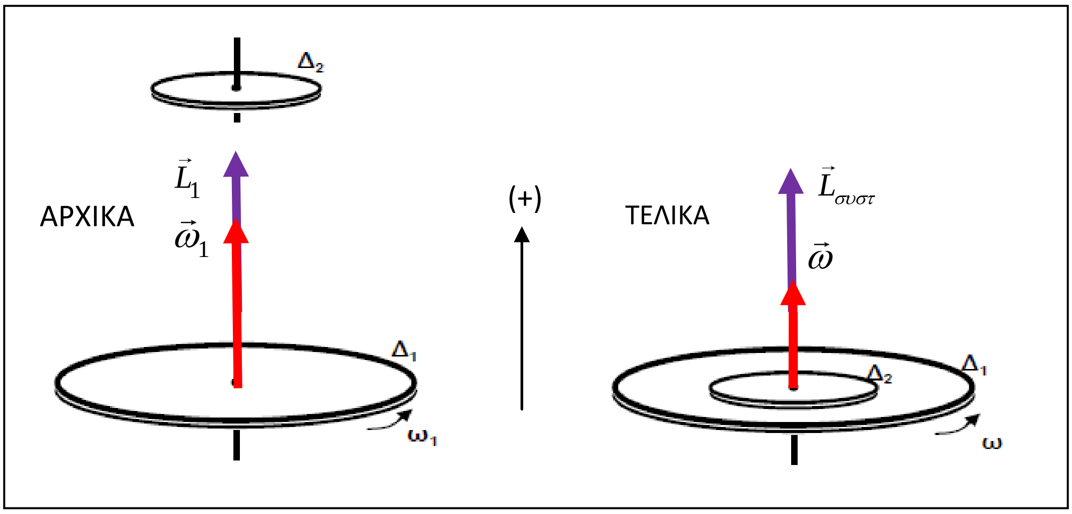
Όμως πρέπει : $0 < r_1 < d$ (4)

$$(4) \xrightarrow{(3)} 0 < (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} + 3\lambda_2 < 6\lambda_2 \Rightarrow -3\lambda_2 < (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} < 3\lambda_2 \Rightarrow -3 < \frac{2N+1}{4} < 3 \Rightarrow$$

$$-12 < 2N+1 < 12 \Rightarrow -13 < 2N < 11 \Rightarrow -6{,}5 < N < 5{,}5 \text{ με } N \in Z$$

Άρα N = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 Συνολικά 12 σημεία απόσβεσης.

Β.3.α. Σωστό είναι το **(ii)**.



Αφού $\Sigma\tau_{εξωτ} = 0$ η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή:

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 = \vec{L}_{συστ} \xrightarrow{αλγεβρικά} L_1 + 0 = L_{συστ} \Rightarrow$$

$$I_1\omega_1 = (I_1 + I_2)\omega \overset{I_2=\frac{I_1}{4}}{\Rightarrow} I_1\omega_1 = \left(I_1 + \frac{I_1}{4}\right)\omega \Rightarrow I_1\omega_1 = \frac{5}{4}I_1\omega \Rightarrow \omega = \frac{4}{5}\omega_1 \ (1)$$

$$\Delta\vec{L}_1 = \vec{L}_{1τελ} - \vec{L}_{1αρχ} \ \text{θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω}$$

$$\Rightarrow \Delta L_1 = L_{1τελ} - L_{1αρχ} = I_1\omega - I_1\omega_1 \overset{(1)}{=} \frac{4}{5}I_1\omega_1 - I_1\omega_1 = -\frac{1}{5}I_1\omega_1 = -\frac{1}{5}L_1$$

$$άρα \quad \left|\Delta L_1\right| = \frac{1}{5}L_1$$

Όπου ω η κοινή γωνιακή ταχύτητα του συστήματος των δύο δίσκων.

ΘΕΜΑ Γ

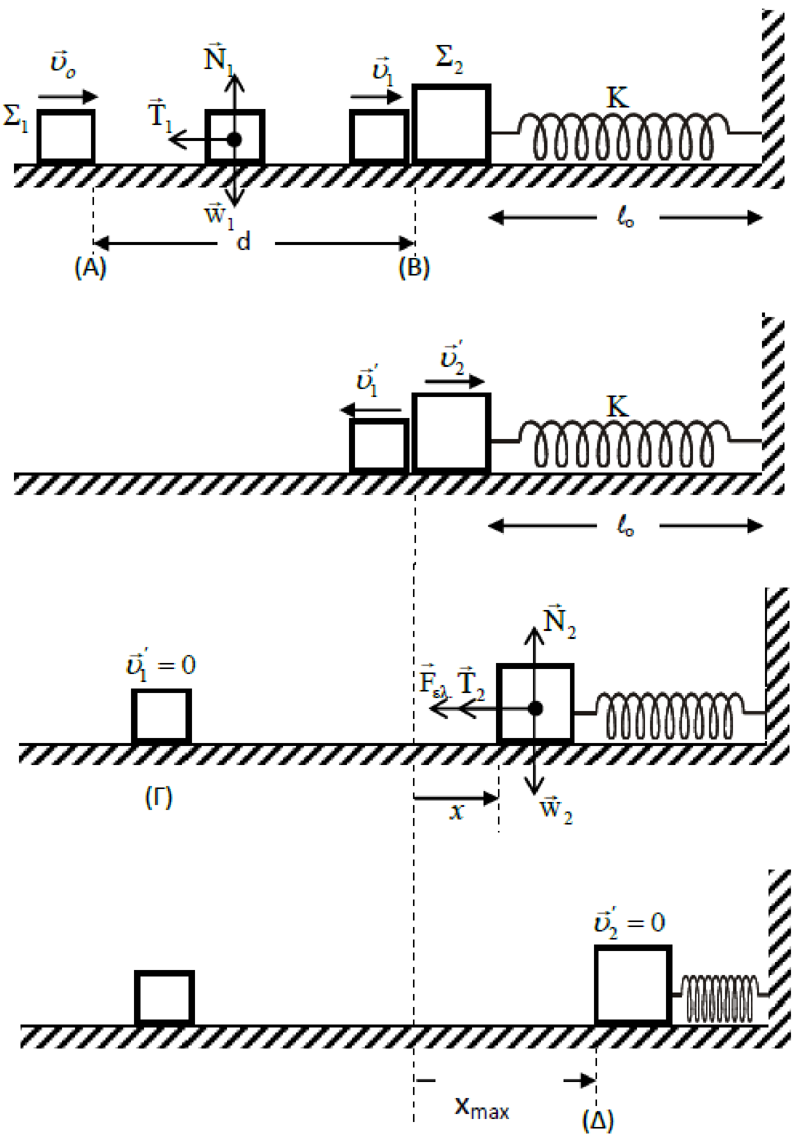
Γ1. Επειδή η μάζα m_2 είναι ακίνητη αρχικά και έχουμε ελαστική μετωπική κρούση, οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την ελαστική κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \overset{m_2=2m_1}{\Rightarrow} -\sqrt{10} = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = +3\sqrt{10}\ m/s$$

Όπου υ_1 η ταχύτητα του Σ_1 αμέσως πριν την κρούση και

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \underset{m_2=2m_1}{\overset{\upsilon_1=+3\sqrt{10}\,m/s}{\Rightarrow}} \upsilon_2' = +2\sqrt{10}\ m/s$$

Όπου υ_2' η ταχύτητα του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η τριβή που ασκείται στο $Σ_1$ στη διάρκεια της κίνησής του
από το Α στο Β και μετά στο Γ, έχει μέτρο:

$T_1 = μN_1$ → $\mathbf{T_1 = μm_1g}$ → $m_1α = μm_1g$ → $α = μg$ → το μέτρο της $\mathbf{α = 5\ m/s^2}$.

Με τη βοήθεια του Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του $Σ_1$ στη διαδρομή d από τη θέση (Α) στη θέση (Β), πριν την κρούση θα υπολογίσουμε την αρχική ταχύτητα $υ_0$ του $Σ_1$.

$$\Delta K = \sum W_F \Rightarrow K_B - K_A = W_{T_1} + W_{W_1} + W_{N1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = -\mu m_1 g d + 0 + 0 \Rightarrow$$

$$\cancel{m_1}\upsilon_1^2 - \cancel{m_1}\upsilon_0^2 = -2\mu \cancel{m_1} g d \Rightarrow$$

$$90 - \upsilon_0^2 = -10 \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{100} \Rightarrow \upsilon_0 = 10\, m/s$$

Γ2.

$$\pi = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}100\% = \frac{2m_1\upsilon_2'^2}{m_1\upsilon_1^2}100\% = 2\left(\frac{\upsilon_2'}{\upsilon_1}\right)^2 100\% \Rightarrow$$

$$\pi = 2\left(\frac{2\sqrt{10}}{3\sqrt{10}}\right)^2 100\% \Rightarrow \pi = -\frac{800}{9}\%$$

Γ3:

Από το Α μέχρι το Β το $Σ_1$ κάνει Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη κίνηση:

$$\upsilon_1 = \upsilon_0 - |\alpha| t_1 \Rightarrow 3\sqrt{10} = 10 - 5t_1 \overset{\sqrt{10}=3,2}{\Rightarrow} 3\cdot 3,2 = 10 - 5t_1 \Rightarrow t_1 = 0,08\, s$$

Απο το Β μέχρι το Γ το $Σ_1$ κάνει Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη κίνηση με $υ_{τελ} = 0$, χωρίς να αλλάξει το μέτρο της επιβράδυνσης α : $|\alpha| = 5\, m/s^2$, αφού πάλι
$T_1 = μm_1g$

$$\upsilon = \upsilon_1' - |\alpha| t \underset{t=t_2}{\overset{\upsilon=0}{\Longrightarrow}} t_2 = \frac{\upsilon_1'}{|\alpha|} = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{3,2}{5} = \frac{6,4}{10} \Rightarrow t_2 = 0,64 s$$

Άρα : $t_{ολ} = t_1 + t_2 = 0,72\, s$

Παρατήρηση: Η προσέγγιση που έδωσε η επιτροπή: $\sqrt{10}=3,2$ για την ταχύτητα, δημιουργεί το εξής παράδοξο:
Αν το σώμα εκτελούσε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με $\upsilon_0 = 10$ m/s, τότε θα έφτανε αργότερα στο δεύτερο σώμα Σ_2 από τώρα που εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση.
Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα οι μαθητές οι οποίοι χρησιμοποίησαν τη σχέση: $d=\upsilon_0 t_1-\frac{1}{2}|a|t_1^2$ (1),να βρουν διαφορετικό αποτέλεσμα για το χρόνο t_1.
Και η λύση αυτή όμως βαθμολογήθηκε ως σωστή.

(Συγκεκριμένα με προσεγγίσεις και ευθύγραμμη ομαλή $t_1=d/\upsilon_0=0,1$s, με προσεγγίσεις και επιβραδυνόμενη κίνηση από τη σχέση $\upsilon_1 = \upsilon_0 - at_1 \rightarrow t_1 = 0,08$s και από την (1) $t_1=0,097$s.)

Γ4. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε (Β) → (Δ) για το Σ_2 μέχρι να σταματήσει:

$$0-K_2=W_{F\varepsilon\lambda\alpha\tau}+W_{T_2}+W_{N_2}+W_{W_2}\Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2=0-\frac{1}{2}kx_{\max}^2-\mu m_2 g x_{\max}+0+0\Rightarrow$$

$$kx_{\max}^2+2\mu m_2 g x_{\max}-m_2\upsilon_2'^2=0\Rightarrow$$

$$105x_{\max}^2+10x_{\max}-40=0\Rightarrow$$

$$x_{\max}=\frac{-10\pm 130}{210}\Rightarrow x_{\max}=\frac{4}{7}m\ (\Delta\varepsilon\kappa\tau\acute{\eta})$$

(Η αρνητική ρίζα απορρίπτεται)

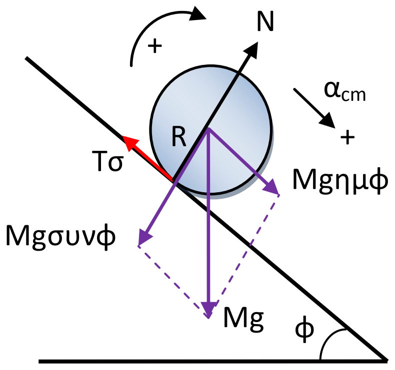
ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Η στατική τριβή έχει φορά προς τα πάνω, ώστε με τη ροπή της - η μοναδική ροπή στον κύλινδρο - να τον επιταχύνει στροφικά.

Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = M\vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi - \mathrm{T}_\sigma = M\alpha_{cm} \quad (1)$$



Για τη στροφική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma\tau_{cm} = \mathrm{I}_{cm} a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mathrm{T}_\sigma R = \frac{1}{2}MR^2 a_{\gamma\omega\nu}$$

$$\underset{\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}R}{\overset{\text{ΚΧΟ}}{\Rightarrow}} \mathrm{T}_\sigma = \frac{1}{2}Ma_{cm} \quad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi = M\alpha_{cm} + {}^{1}\!/_{2}\, Ma_{cm} \Rightarrow$$

$$g\eta\mu\varphi = {}^{3}\!/_{2}\,\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2}{3}g\eta\varphi$$

Δ2.

Ο κύλινδρος που αφαιρέθηκε έχει την ίδια πυκνότητα ρ με τον αρχικό, μάζα m και όγκο V_r, άρα: $\rho = \dfrac{M}{V_R} = \dfrac{m}{V_r} \Rightarrow m = M\dfrac{V_r}{V_R} = M\dfrac{\pi r^2 h}{\pi R^2 h} \Rightarrow m = M\dfrac{r^2}{R^2}$ (3)

Η ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου που απομένει θα δίνεται από τη σχέση:

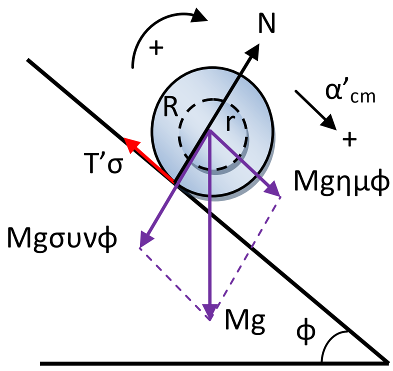
$$I_{\kappa o\iota\lambda(cm)} = I_{R(cm)} - I_{r(cm)} = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}mr^2 \overset{(3)}{\Longrightarrow} I_{\kappa o\iota\lambda(cm)} = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}M\frac{r^2}{R^2}r^2 \Rightarrow$$

$$I_{\kappa o\iota\lambda(cm)} = \frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \quad (4)$$

Δ3. Αφού δεν υπάρχουν τριβές, το **εσωτερικό** κυλινδρικό τμήμα που αφαιρέσαμε και προσθέσαμε θα κάνει μόνο **μεταφορική κίνηση**, ενώ το **εξωτερικό σύνθετη** κίνηση άρα:

Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = M\vec{\alpha}'_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi - \mathrm{T}'_\sigma = M\alpha'_{cm} \quad (5)$$



Για τη στροφική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma\tau_{cm} = \mathrm{I}_{\kappa o\iota\lambda,cm}a'_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mathrm{T}'_\sigma R = \frac{1}{2}\mathrm{M}R^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)a'_{\gamma\omega\nu}$$

$$\underset{\alpha'_{cm}=\alpha'_{\gamma\omega\nu}R}{\overset{\text{ΚΧΟ}}{\Rightarrow}} \mathrm{T}'_\sigma = \frac{1}{2}M\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)a'_{cm} \quad (6)$$

$$(5)+(6) \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi = M\alpha'_{cm} + \frac{1}{2}Ma'_{cm}\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right) \Rightarrow$$

$$g\eta\mu\varphi = \left(1+\frac{1}{2}-\frac{r^4}{2R^4}\right)\alpha'_{cm} \Rightarrow g\eta\mu\varphi = \left(\frac{3}{2}-\frac{r^4}{2R^4}\right)\alpha'_{cm} \Rightarrow$$

$$\alpha'_{cm} = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3-\dfrac{r^4}{R^4}} \quad (7)$$

Δ4.

$$\frac{K_{\mu\varepsilon\tau(M)}}{K_{\sigma\tau\rho(\kappa o\iota\lambda)}}=\frac{\frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^{2}}{\frac{1}{2}I_{\kappa o\iota\lambda,cm}\omega^{2}}\underset{\upsilon_{cm}=\omega R}{\overset{KXO}{=}}\frac{\frac{1}{2}M\omega^{2}R^{2}}{\frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^{2}\left(1-\frac{r^{4}}{R^{4}}\right)\omega^{2}}=\frac{2R^{4}}{R^{4}-r^{4}}$$

Θέτοντας στην παραπάνω σχέση r = R/2 έχουμε:

$$\frac{K_{\mu\varepsilon\tau(M)}}{K_{\sigma\tau\rho(\kappa o\iota\lambda)}}=\frac{2R^{4}}{R^{4}-\frac{R^{4}}{2^{4}}}=\frac{2R^{4}}{\frac{16R^{4}-R^{4}}{16}}=\frac{32R^{4}}{15R^{4}}\Rightarrow$$

$$\frac{K_{\mu\varepsilon\tau(M)}}{K_{\sigma\tau\rho(\kappa o\iota\lambda)}}=\frac{32}{15}$$